Fiche récapitulative sur la numération

I. Définitions

Numération de position : Elle permet d'écrire n'importe quel nombre avec un nombre limité de chiffres. La « valeur » des chiffres dépend de leur position dans le nombre (ex : 01 et 10).

Numération additive : Dans la numération additive, chaque chiffre possède une valeur propre et la valeur du nombre s'obtient en additionnant tous les chiffres (ex : XI = 10 + 1, XXIII = 23).

II. La numération de position

- **Digit** : symbole (par exemple, chiffre) utilisé pour l'écriture d'un nombre, en numération de position
- **Poids** : en numération de position, chaque digit a un poids différent en fonction de sa position. On multiplie le nombre représenté par le digit par le poids de celui-ci, pour connaître la valeur représentée par le digit.

➔ **Comment passer d'une base X vers une base 10 ?**

Nous voulons par exemple convertir le nombre $(764278)_X$.

Chiffres du nombre à convertir	7	6	4	2	7	8
Position de chaque chiffre	5	4	3	2	1	0
Poids	X^5	X^4	X^3	X^2	X^1	X

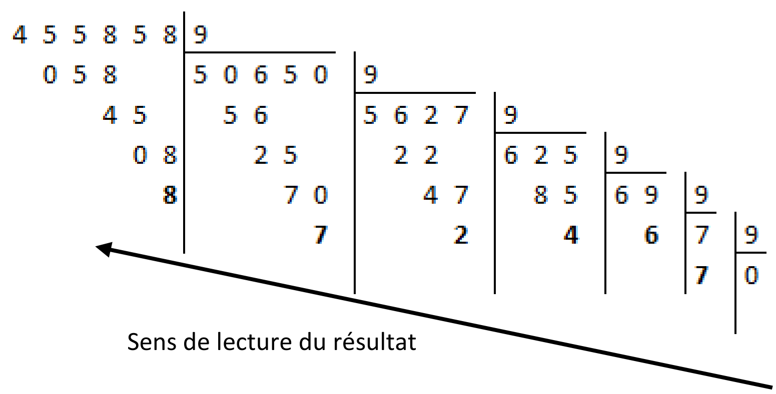
On a donc $(764278)_X = 7 \times X^5 + 6 \times X^4 + 4 \times X^3 + 2 \times X^2 + 7 \times X^1 + 8 \times X^0$

Si la base X = 9, on convertit donc un nombre de la base 9 vers la base 10.
On obtient alors, $(764278)_9 = 7 \times 9^5 + 6 \times 9^4 + 4 \times 9^3 + 2 \times 9^2 + 7 \times 9^1 + 8 \times 9^0 = 455858$.

➔ **Comment passer de la base 10 vers une base X ?**

Il suffit de réaliser une division euclidienne du nombre à convertir par X. Et ensuite de relever tous les restes de la division.

Reprenons l'exemple précédent avec X = 9. On cherche donc à convertir 455858 en base 9. On réalise donc la division euclidienne de 455858 par 9 :



On obtient donc $455858 = (764278)_9$. On retrouve bien le nombre du paragraphe précédent.

III. Bases particulières

➔ **Base binaire (2) :**

Une des bases les plus utilisées après la base 10 est la base 2. Les chiffres possibles sont 0 et 1. Cette base est utilisée en informatique.

- **Quelques propriétés :**
  - ✓ Les nombres pairs finissent par un zéro et les nombres impairs par un 1.
  - ✓ La plus grande valeur que l'on puisse écrire sur n digits binaires est 2^n-1
  - ✓ En utilisant au plus n digits, on peut compter de 0 à 2^n-1, soit 2^n valeurs différentes.
    Par exemple sur un octet (8 bits), on peut compter de 0 à 2^8-1=255. On peut donc coder 256 valeurs différentes sur un octet.

- **Unités de mesure** :
  - ✓ Un octet (en anglais : byte) = 8 bits
  - ✓ 1 kilo-octet (Ko ou Kb) = 2^{10} octets = 1024 octets
  - ✓ 1 mega-octet (Mo ou Mb) = 2^{20} octets= 1 048 576 octets =1024 kilo-octets.
  - ✓ Etc.

➔ **Base hexadécimale (16) :**

Cette base est aussi très utilisée en informatique car il est très facile de convertir un nombre de la base 2 à la base 16 (ou inversement) sans repasser par la base 10.

Pour les bases supérieures à 10, on utilise des lettres pour représenter les chiffres supérieurs à 9.

- **Représentation des nombres de 0 à 15**

Base 16	0 à 9 : comme en base 10	A	B	C	D	E	F
Base 10	0 à 9	10	11	12	13	14	15

- **Conversion hexadécimal-binaire :**
  - ✓ Puisque 16=2^4, un seul digit hexadécimal remplace quatre digits binaires (quartet).
  - ✓ Exemples :

Nombre écrit en base 2	1001 1100	1000 0101 0110	0111 1101 1010 0010
Valeur des quartets en base 10	9 et 12	8 5 et 6	7 13 10 et 2
Nombre écrit en base 16	9C	856	7DA2